2ème A-Science

Série N°:1

EXERCICE N°I :

❶ Ecrire sous forme $a+b\sqrt{c}$, oú a, b et c sont des entiers.

1) $\sqrt{16-6\sqrt{7}}$ 2) $\sqrt{43+30\sqrt{2}}$ 3) $\sqrt{18+2\sqrt{77}}$

❷ Ecrire sans radicaux au dénominateur :

1) $\dfrac{-\sqrt{7}}{\sqrt{6}+\sqrt{3}}$ 2) $\dfrac{\sqrt{7}-1}{\sqrt{7}+1}$ 3) $\dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}-\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$

❸ On donne les réels : A = $9+4\sqrt{5}$ et B = $9-4\sqrt{5}$

1) Ecrire plus simplement A/B.
2) Ecrire A et B sous la forme d'un carré.
3) Simplifier l'écriture suivante : $A\sqrt{A}+B\sqrt{B}$

❹

1) Ecrire sans radical au dénominateur : $\dfrac{1}{\sqrt{3}+2}-\dfrac{1}{\sqrt{3}-2}$

2) Soit un entier naturel n : a- Montrer que : $\dfrac{-1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}=\sqrt{n}-\sqrt{n+1}$.

b- En déduire la valeur de X = $\dfrac{-1}{1+\sqrt{2}}+\dfrac{-1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\dfrac{-1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}$

EXERCICE N°II :

❶ Soit x un réel tel que : $2\le x\le 3$

1) Encadrer : $1-x$, $x(1-x)$ et x^2-6x+3.

2) Montrer que pour tout réel x on a : $2\sqrt{x^2}+\left|x-x^2\right|-\sqrt{(1-x)^2}=1+x^2$

3) a- Montrer que : $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{1-x}=\dfrac{1}{x(1-x)}$ .b- En déduire que : $-\dfrac{1}{3}\le\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{1-x}\le-\dfrac{1}{4}$

❷ Soit x un réel non nul, montrer :

1) $\sqrt{\dfrac{x^2+7}{x^2+3}}<\dfrac{x^2+7}{x^2+3}$ 2) $\sqrt{\dfrac{x^2+1}{x^2+5}}>\dfrac{x^2+1}{x^2+5}$

EXERCICE N°III :

x, y et z trois réels strictement positifs :

1) Montrer que : $x^2+y^2\ge 2xy$
2) Montrer alors que : a) $2(x^2+y^2)\ge(x+y)^2$. b) $x^2+y^2+z^2\ge xy+yz+xz$.

En déduire que : $\dfrac{x}{yz}+\dfrac{y}{xz}+\dfrac{z}{xy}\ge\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}$

EXERCICE N°IV :

❶ Soient les réels $x=\sqrt{10+3\sqrt{11}}$ et $y=\sqrt{10-3\sqrt{11}}$.

1) a- Montrer que x et y sont inverses.
b- Déduire la valeur de : $x^{19}.y^{17}$

2) On pose : u = x + y et v = x – y.
a- Calculer u^2 et v^2. b- Déduire une expression simplifier de u et v.

❷ On pose $a=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$.

1) Vérifier que : $a^2+a-1=0$. En déduire que : $\dfrac{1}{a}=a+1$

2) Montrer alors que : $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a+1}}+\dfrac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a}}=\sqrt{5}$